МАТЕМАТИКА

ЗАДАЦИ ЗА МАТУРСКИ ИСПИТ ШКОЛСКЕ 2017/2018.ГОДИНЕ

1. Доказати да је $\sqrt{2}$ ирационалан број.
2. Радећи дневно 8 часова 20 радника је зарадило 12000 динара за 15 дана. Колико часова дневно треба да раде 40 радника да би за 10 дана зарадили 10000 динара?
3. Упростити израз: $\left(\frac{a^2+b^2}{a}+b\right):\left(\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2}\right)$, $a\neq 0, b\neq 0, a\neq b$
4. Раставити на просте факторе: $5ax^2-10ax-bx+2b-x+2$
5. Израчунати n за које је $n\cdot 10^{-5}=0{,}02\cdot 0{,}03$
6. Израчунати $0{,}5^{-1}+0{,}25^{-2}+0{,}125^{-3}+0{,}0625^{-4}$
7. Израчунати 20% од вредности израза: $\left(2^{-1}-0{,}4\right)\cdot\left(0{,}5^{-4}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$
8. Израчунај $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$
9. Решити једначину: $|z|-2z=-1-8i$, где је $z=x+yi$
10. Упростити израз: $\frac{(1+i)^3}{(2-3i)^2}\cdot\left(\frac{3-i}{2+i}-\frac{2-i}{3+i}\right)$.
11. Израчунати $R(z)$ ако је $R(x)=\left(x-x^2+2x^3\right)\left(2-x+x^2\right)$ и $z=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.
12. Производ свих реалних решења једначине $\left|x^2-2x-3\right|=x+1$ је?
13. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $2x^2+x-1=0$, одредити $x_1^2+x_2^2$
14. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $x^2-2mx+2=0$. Одредити m из услова $(3x_1-1)\cdot(3x_2-1)=10$
15. Дискутовати решења једначина, у зависности од вредности реалних параметара (одредити природу решења): $ax^2-8x+3=0$

16. У једначини $x^2+kx+k-1=0$ одредити реалан параметар k тако да решења задовољавају услов: $x_1^2+x_2^2=-x_1-x_2$

17. Решити једначину по x, ɑ је реалан параметар: $x^4-(a^2-4)x^2-4a^2=0$ (биквадратна).

18. Решити једначину: $12x^5-23x^4-135x^3+135x^2+23x-12=0$ (кососиметрична).

19. Једначина $(5k-1)x^2-(5k+2)x+3k-2=0$ има тачно једно решење по x. Одредити x и k.

20. У каквој вези, независној од m, стоје решења x_1 и x_2 једначине: $(m-1)x^2+(2m-1)x+m-4=0$

21. У каквој вези, независној од m, стоје решења x_1 и x_2 једначине: $x^2-6x+5+m(x^2-5x+6)=0$

22. Одредити реалан број m, тако да једно решење дате једначине $4x^2-15x+\frac{m^3}{2}=0$ буде квадрат другог решења.

23. Одредити p тако да за свако реално x буде $(p-2)x^2-2px+2p-3<0$

24. Решити систем једначина: $x^2-3xy+y^2=-5 \wedge x^2-xy+y^2=7$

25. Решити једначину: $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$

26. Израчунати: $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$

27. Упростити израз: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$, $x>1$

28. Решити систем: $x^2+y^2=2(xy+2),\quad x+y=6$

29.Решити едначину: $6\cdot 4^x-13\cdot 6^x+6\cdot 9^x=0$

30. Решити једначину: $3^{x+2}-4\cdot 3^{x+1}+3^{x-1}+24=0$

31. Решити једначину: $x^{\log_2 2(x^2-1)}=5$

32. Решити неједначину: $\log_{\frac{1}{3}}\log_4(x^2-5)>0$

33. За које вредности x је $3^{x^2-x-6}<1$

34. Решити једначину: $3^x+3^{x-1}+3^{x-2}+3^{x-3}+3^{x-4}=363$.

35. Израчунати: $\left(2\log_5 125\right)\cdot 2^{1+\log_2 4} - 3^{2\log_3 9-1}$

36. Ако је $\log_{12} 3 = a$, наћи $\log_{\sqrt{3}} 8$

37. Одредити област дефинисаности функције $y=\log\left(2x^2-5x-3\right)$

38. Одредити област дефинисаности функције $y=\log\left(-2x^2+5x+3\right)$

39. Решити једначину: $\log_9 x + \log_{x^2} 3 = 1$

40. Решити једначину: $x^{\log x} = 100x$

41. Ако је $\dfrac{\log(x+1)}{\log 4-\log 2}=2$, колико је x?

42. Решити једначину: $\dfrac{\log\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{\log\sqrt[3]{x-40}}=3$

43. Решити неједначину: $\log_{0,5}\log_8\dfrac{x^2-2x}{x-3}<0$

44. Решити неједначину: $0,3^{\log\frac{3x-1}{3x+2}}>1$

45. Одредити све вредности x за које $\log\dfrac{x-1}{x+2}>0$

46. Решити неједначину: $\log\dfrac{x+2}{x}>1$

47. Доказати идентичност (аргументи су дати тако да су сви изрази дефинисани): $\dfrac{1-2\cos^2 x}{\sin x\cos x}=tgx-ctgx$

48. Израчунати tg$x$+ctg$x$, ако је tg^2x+ctg^2x=2

49. Ако је $\alpha+\beta+\gamma=\pi$, доказати да је: $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=4\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\beta}{2}\cos\dfrac{\gamma}{2}$

50. Доказати: $\dfrac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{\cos(a+b)-\cos(a-b)}=-ctga\cdot ctgb$

51. Упростити израз: $\dfrac{\sin(-\alpha)}{\sin(180^\circ+\alpha)}-\dfrac{tg(90^\circ+\alpha)}{ctg\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{\sin(90^\circ+\alpha)}$

52. Доказати: $tg(45^\circ+\alpha)-tg(45^\circ-\alpha)=2tg2\alpha$

53. Израчунати: $\cos\left(2\arcsin\frac{4}{5}\right)$

54. Решити неједначину: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 < 0$

55. Решити једначину: $\sin 2x - \cos x = 0$

56. Решити једначину: $\sin 3x = \sin x$

57. Доказати: $\frac{1-\cos 2x+\sin 2x}{1+\cos 2x+\sin 2x} = tgx$, $tgx \neq -1$

58. Изразити sin5x и cos5x преко sin x и cos x.

59. Дуж AB подељена је у размери 2:3:4. Растојање између средина крајњих делова је 5,4 cm. Колики је мерни број дужине дужи AB?

60. Колика је површина ромба чија је једна дијагонала $d_1 = 6cm$, а страница $a = 5cm$?

61. Производ дужине полупречника описаног и уписаног круга једнакостраничног троугла је 8. Одредити O и P троугла.

62. Израчунати површину правоугаоника ако се његове односе као 3:4, а полупречник описаног круга је 1dm.

63. Тетива круга износи 30cm, а њено растојање од центра је 9 cm мање од полупречника тог круга. Колики су r, O и P тог круга?

64. Израчунати површину праве купе ако је M=15π, а збир полупречника и изводнице 8.

65. Полупречници основа зарубљене купе и њена изводница односе се 1:2:5. У ком односу стоје површина те зарубљене купе и површина њеног омотача M?

66. Осни пресек праве купе је једнакокраки правоугли троугао. Колика је P и V те купе ако њен омотач износи $81\pi\sqrt{2}$ cm^2?

67. Дата су темена паралелограма *ABCD*: *A*(1,-2,0), *B*(2,1,3), *C*(-2,0,5). Одредити координате темена *D* и површину паралелограма.

68. Наћи једначину праве *p*, која садржи пресечну тачку правих a: $x+2y-5=0$ и b: $2x+3y-7=0$ и нормална је на праву q: $2x-2y+5=0$.

69. Одредити координате ортоцентра троугла *ABC*, ако су једначине његових страница *AB*, *BC*, *CA* редом $x-y-2=0$, $2x+y-13=0$, $4x-y-5=0$.

70. Одредити једначину тангенте хиперболе $x^2-4y^2=16$ у њеној тачки $(5,\frac{3}{2})$.

71. Ако тачке A(1,2), B(2,3), C(4,*к*) припадају једној правој онда је *к* једнако?

72. Наћи једначину тангенте круга $(x-5)^2+(y-5)^2=5$ која је паралелна са правом $x-2y-4=0$.

73. Одредити једначину кружнице чији је центар у пресеку правих $2x+y-15=0$ и $x-3y+17=0$, а пролази кроз A(9,-5).

74. Одредити једначину елипсе кроз две тачке P(-3,8), Q(6,-4).

75. Наћи једначину тангенте круга описаног око троугла *ABC,* конструисане у тачки *A*, ако је: *A*(-1,8), *B*(-3,4), *C*(6,7).

76. За које вредности параметра *a* је права $ax+y-5=0$ тангента елипсе $9x^2+16y^2=144$?

77. Наћи једначину праве која пролази кроз пресек праве $3x+2y-6=0$ и ординатне осе, а паралелна је са правом $x-2y-5=0$.

78. Између -2 и 46 уметнути 15 бројева, тако да сви заједно формирају аритметички низ. Колики је збир ових 17 бројева?

79. За које вредности *x* бројеви log2, log(2^x-1) и log(2^x+3) представљају, у датом поретку, три узастопна члана аритметичког низа?

80. Колико чланова има геометријски низ, ако је збир првог и петог члана 51, збир другог и шестог 102, а збир свих чланова 3069?

81. Први члан аритметичког низа је 24. Написати првих десет чланова овог низа, ако први, пети и једанаести члан одређују геометријску прогресију.

82. Колико чланова аритметичког низа 5, 9, 13, 17, ... треба сабрати да би се добио збир 10877?

83. У геометријској прогресији је $a_1+a_5=51$, $a_2+a_6=102$. За које n је збир првих n чланова те прогресије 3069?

84. Испитати и решити систем једначина :
$$\begin{aligned}(a-3)x-3y+2z&=a\\ x+ay-z&=1\\ 2x+y+z&=a+1\end{aligned}$$

85. Испитати и решити систем једначина: $\begin{aligned} x+(4-p)y-z&=-1 \\ (p-4)x+y-z&=p-6 \\ x-y+(4-p)z&=4-p \end{aligned}$

86. Испитати и решити систем једначина за све вредности параметра *p*:

$$\begin{aligned} px+y+z&=0 \\ x+py+z&=0 \\ x+y+pz&=0 \end{aligned}$$

87. Испитати и решити систем једначина за све вредности реалног броја *p*:

$$\begin{aligned} x+(p-3)y+2z&=p \\ px+y-z&=1 \\ 5x+2y+z&=5 \end{aligned}$$

88. Испитати и решити систем једначина за све вредности реалног броја *p*:

$$\begin{aligned} px+2y-3z&=p-4 \\ x+py+4z&=1 \\ 6x+7y+z&=2 \end{aligned}$$

89. Израчунати: $\alpha_1=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+2x^2}-x\right)$ и $\alpha_2=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\frac{8}{(\pi-2x)^2}}$

90. Израчунати: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[4]{2x^2+8}-\sqrt[4]{5x+6}}{x^2+x-6}$

91. Израчунати : a) $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2-2x+1\right)^{\frac{1}{x-2}}$ b) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}\right)$

92. Израчунати: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cos 2x}{x^2}$ a) без примене Лопиталовог правила

b) применом Лопиталовог правила

93. Израчунати: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}$ a) користећи Лопиталово правило

b) не користећи Лопиталово правило

94. Израчунати: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-\sqrt[3]{x}}{x-1}$ a) користећи Лопиталово правило

b) не користећи Лопиталово правило

95. Израчунати: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+7x}-2}{\sqrt{x^3+3}-2}$ a) користећи Лопиталово правило

b) не користећи Лопиталово правило

96. Израчунати: $\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}\right)$, где су a и b реални бројеви.

97. Израчунати: $\lim_{x\to 1}(1-x)tg\,\frac{\pi x}{2}$

98. Израчунати запремину параболоида, тела које настаје ротацијом лика ограниченог параболом $y^2=2px$ и правом $x=a$ ($a>0$) око осе Ox.

99. Израчунати запремину елипсоида, тела које настаје ротацијом површине ограничене елипсом $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ око: а) осе Ox, б) осе Oy.

100. Израчунати запремину двостраног хиперболоида, обртног тела које настаје ротацијом лика ограниченог хиперболом $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ и правама $x=-2a$ и $x=2a$ око осе Ox.

101. Израчунати запремину једностраног хиперболоида, обртног тела које настаје ротацијом лика ограниченог хиперболом $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ и правама $y=-b$ и $y=b$ око осе Oy.

102. Одредити запремину торуса, тела насталог ротацијом круга $x^2 + (y-b)^2=r^2$ око осе Ox ($b>r$).

Душанка Бјековић