МАТЕМАТИКА

ЗАДАЦИ ЗА МАТУРСКИ ИСПИТ ШКОЛСКЕ 2015/2016.ГОДИНЕ

1. Доказати да је $\sqrt{2}$ ирационалан број.

2. Радећи дневно 8 часова 20 радника је зарадило 12000 динара за 15 дана. Колико часова дневно треба да раде 40 радника да би за 10 дана зарадили 10000 динара?

3. Упростити израз: $\left(\frac{a^2+b^2}{a}+b\right):\left(\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2}\right)$, $a\neq 0, b\neq 0, a\neq b$

4. Раставити на просте факторе: $5ax^2-10ax-bx+2b-x+2$

5. Израчунати n за које је $n\cdot 10^{-5}=0{,}02\cdot 0{,}03$

6. Израчунати $0{,}5^{-1}+0{,}25^{-2}+0{,}125^{-3}+0{,}0625^{-4}$

7. Израчунати 20% од вредности израза: $\left(2^{-1}-0{,}4\right)\cdot\left(0{,}5^{-4}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$

8. Израчунај $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

9. Решити једначину: $|z|-2z=-1-8i$, где је $z=x+yi$

10. Упростити израз: $\frac{(1+i)^3}{(2-3i)^2}\cdot\left(\frac{3-i}{2+i}-\frac{2-i}{3+i}\right)$.

11. Израчунати $R(z)$ ако је $R(x)=\left(x-x^2+2x^3\right)\left(2-x+x^2\right)$ и $z=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.

12. Производ свих реалних решења једначине $\left|x^2-2x-3\right|=x+1$ је?

13. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $2x^2+x-1=0$, одредити $x_1^2+x_2^2$

14. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $x^2-2mx+2=0$. Одредити m из услова $(3x_1-1)\cdot(3x_2-1)=10$

15. Дискутовати решења једначина, у зависности од вредности реалних параметара (одредити природу решења): $ax^2-8x+3=0$

16. У једначини $x^2+kx+k-1=0$ одредити реалан параметар k тако да решења задовољавају услов: $x_1^2+x_2^2=-x_1-x_2$

17. Решити једначину по x, a је реалан параметар: $x^4-(a^2-4)x^2-4a^2=0$ (биквадратна).

18. Решити једначину: $12x^5-23x^4-135x^3+135x^2+23x-12=0$ (кососиметрична).

19. Једначина $(5k-1)x^2-(5k+2)x+3k-2=0$ има тачно једно решење по x. Одредити x и k.

20. У каквој вези, независној од m, стоје решења x_1 и x_2 једначине: $(m-1)x^2+(2m-1)x+m-4=0$

21. У каквој вези, независној од m, стоје решења x_1 и x_2 једначине: $x^2-6x+5+m(x^2-5x+6)=0$

22. Одредити реалан број m, тако да једно решење дате једначине $4x^2-15x+\frac{m^3}{2}=0$ буде квадрат другог решења.

23. Одредити p тако да за свако реално x буде $(p-2)x^2-2px+2p-3<0$

24. Решити систем једначина: $x^2-3xy+y^2=-5 \wedge x^2-xy+y^2=7$

25. Решити једначину: $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$

26. Израчунати: $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$

27. Упростити израз: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$, $x>1$

28. Решити систем: $x^2+y^2=2(xy+2), \quad x+y=6$

29.Решити једначину: $6\cdot 4^x-13\cdot 6^x+6\cdot 9^x=0$

30. Решити једначину: $3^{x+2}-4\cdot 3^{x+1}+3^{x-1}+24=0$

31. Решити једначину: $x^{\log_2 2(x^2-1)}=5$

32. Решити неједначину: $\log_{\frac{1}{3}}\log_4(x^2-5)>0$

33. За које вредности x је $3^{x^2-x-6}<1$

34. Решити једначину: $3^x+3^{x-1}+3^{x-2}+3^{x-3}+3^{x-4}=363$.

35. Израчунати: $(2\log_5 125)\cdot 2^{1+\log_2 4} - 3^{2\log_3 9-1}$

36. Ако је $\log_{12} 3 = a$, наћи $\log_{\sqrt{3}} 8$

37. Одредити област дефинисаности функције $y = \log(2x^2 - 5x - 3)$

38. Одредити област дефинисаности функције $y = \log(-2x^2 + 5x + 3)$

39. Решити једначину: $\log_9 x + \log_{x^2} 3 = 1$

40. Решити једначину: $x^{\log x} = 100x$

41. Ако је $\dfrac{\log(x+1)}{\log 4 - \log 2} = 2$, колико је x?

42. Решити једначину: $\dfrac{\log\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{\log \sqrt[3]{x-40}} = 3$

43. Решити неједначину: $\log_{0,5} \log_8 \dfrac{x^2 - 2x}{x-3} < 0$

44. Решити неједначину: $0{,}3^{\log\frac{3x-1}{3x+2}} > 1$

45. Одредити све вредности x за које $\log \dfrac{x-1}{x+2} > 0$

46. Решити неједначину: $\log \dfrac{x+2}{x} > 1$

47. Доказати идентичност (аргументи су дати тако да су сви изрази дефинисани): $\dfrac{1-2\cos^2 x}{\sin x \cos x} = tgx - ctgx$

48. Израчунати tg$x$+ctg$x$, ако је tg^2x+ctg^2x=2

49. Ако је $\alpha+\beta+\gamma=\pi$, доказати да је: $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\beta}{2}\cos\dfrac{\gamma}{2}$

50. Доказати: $\dfrac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{\cos(a+b)-\cos(a-b)} = -ctga \cdot ctgb$

51. Упростити израз: $\dfrac{\sin(-\alpha)}{\sin(180^\circ+\alpha)} - \dfrac{tg(90^\circ+\alpha)}{ctg\alpha} + \dfrac{\cos\alpha}{\sin(90^\circ+\alpha)}$

52. Доказати: $tg(45^\circ+\alpha) - tg(45^\circ-\alpha) = 2tg2\alpha$

53. Израчунати: $\cos\left(2\arcsin\frac{4}{5}\right)$

54. Решити неједначину: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 < 0$

55. Решити једначину: $\sin 2x - \cos x = 0$

56. Решити једначину: $\sin 3x = \sin x$

57. Доказати: $\frac{1-\cos 2x+\sin 2x}{1+\cos 2x+\sin 2x} = tgx$, $tgx \neq -1$

58. Изразити sin5x и cos5x преко sin x и cos x.

59. Дуж AB подељена је у размери 2:3:4. Растојање између средина крајњих делова је 5,4 cm. Колики је мерни број дужине дужи AB?

60. Колика је површина ромба чија је једна дијагонала $d_1 = 6cm$, а страница $a = 5cm$?

61. Производ дужине полупречника описаног и уписаног круга једнакостраничног троугла је 8. Одредити O и P троугла.

62. Израчунати површину правоугаоника ако се његове односе као 3:4, а полупречник описаног круга је 1dm.

63. Тетива круга износи 30cm, а њено растојање од центра је 9 cm мање од полупречника тог круга. Колики су r, O и P тог круга?

64. Израчунати површину праве купе ако је M=15π, а збир полупречника и изводнице 8.

65. Полупречници основа зарубљене купе и њена изводница односе се 1:2:5. У ком односу стоје површина те зарубљене купе и површина њеног омотача M?

66. Осни пресек праве купе је једнакокраки правоугли троугао. Колика је P и V те купе ако њен омотач износи $81\pi\sqrt{2}$ cm^2?

67. Дата су темена паралелограма *ABCD*: *A*(1,-2,0), *B*(2,1,3), *C*(-2,0,5). Одредити координате темена *D* и површину паралелограма.

68. Наћи једначину праве *p*, која садржи пресечну тачку правих *a*: x+2y-5=0 и *b*: 2x+3y-7=0 и нормална је на праву *q*: 2x-2y+5=0.

69. Одредити координате ортоцентра троугла *ABC*, ако су једначине његових страница *AB*, *BC*, *CA* редом x-y-2=0, 2x+y-13=0, 4x-y-5=0.

70. Одредити једначину тангенте хиперболе $x^2 - 4y^2 = 16$ у њеној тачки $(5, \frac{3}{2})$.

71. Ако тачке A(1,2), B(2,3), C(4,*к*) припадају једној правој онда је *к* једнако?

72. Наћи једначину тангенте круга $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5$ која је паралелна са правом $x - 2y - 4 = 0$.

73. Одредити једначину кружнице чији је центар у пресеку правих $2x + y - 15 = 0$ и $x - 3y + 17 = 0$, а пролази кроз A(9,-5).

74. Одредити једначину елипсе кроз две тачке P(-3,8), Q(6,-4).

75. Наћи једначину тангенте круга описаног око троугла *ABC*, конструисане у тачки *A*, ако је: *A*(-1,8), *B*(-3,4), *C*(6,7).

76. За које вредности параметра a је права $ax + y - 5 = 0$ тангента елипсе $9x^2 + 16y^2 = 144$?

77. Наћи једначину праве која пролази кроз пресек праве $3x + 2y - 6 = 0$ и ординатне осе, а паралелна је са правом $x - 2y - 5 = 0$.

78. Између -2 и 46 уметнути 15 бројева, тако да сви заједно формирају аритметички низ. Колики је збир ових 17 бројева?

79. За које вредности x бројеви log2, log(2^x-1) и log(2^x+3) представљају, у датом поретку, три узастопна члана аритметичког низа?

80. Колико чланова има геометријски низ, ако је збир првог и петог члана 51, збир другог и шестог 102, а збир свих чланова 3069?

81. Први члан аритметичког низа је 24. Написати првих десет чланова овог низа, ако први, пети и једанаести члан одређују геометријску прогресију.

82. Колико чланова аритметичког низа 5, 9, 13, 17, ... треба сабрати да би се добио збир 10877?

83. У геометријској прогресији је $a_1 + a_5 = 51$, $a_2 + a_6 = 102$. За које n је збир првих n чланова те прогресије 3069?

84. Испитати и решити систем једначина :

$$\begin{aligned} &(a-3)x - 3y + 2z = a \\ &x + ay - z = 1 \\ &2x + y + z = a + 1 \end{aligned}$$

85. Испитати и решити систем једначина: $$\begin{aligned} x+(4-p)y-z&=-1\\ (p-4)x+y-z&=p-6\\ x-y+(4-p)z&=4-p \end{aligned}$$

86. Испитати и решити систем једначина за све вредности параметра *p*:
$$\begin{aligned} px+y+z&=0\\ x+py+z&=0\\ x+y+pz&=0 \end{aligned}$$

87. Испитати и решити систем једначина за све вредности реалног броја *p*:
$$\begin{aligned} x+(p-3)y+2z&=p\\ px+y-z&=1\\ 5x+2y+z&=5 \end{aligned}$$

88. Испитати и решити систем једначина за све вредности реалног броја *p*:
$$\begin{aligned} px+2y-3z&=p-4\\ x+py+4z&=1\\ 6x+7y+z&=2 \end{aligned}$$

89. Израчунати: $\alpha_1=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+2x^2}-x\right)$ и $\alpha_2=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\frac{8}{(\pi-2x)^2}}$

90. Израчунати: $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[4]{2x^2+8}-\sqrt[4]{5x+6}}{x^2+x-6}$

91. Израчунати : a) $\lim\limits_{x\to2}\left(x^2-2x+1\right)^{\frac{1}{x-2}}$ b) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}\right)$

92. Израчунати: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x\cos 2x}{x^2}$ a) без примене Лопиталовог правила

b) применом Лопиталовог правила

93. Израчунати: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tgx}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}$ a) користећи Лопиталово правило

b) не користећи Лопиталово правило

94. Израчунати: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1-\sqrt[3]{x}}{x-1}$ a) користећи Лопиталово правило

b) не користећи Лопиталово правило

95. Израчунати: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+7x}-2}{\sqrt{x^3+3}-2}$ a) користећи Лопиталово правило

b) не користећи Лопиталово правило

96. Израчунати: $\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}\right)$, где су a и b реални бројеви.

97. Израчунати: $\lim_{x\to 1}(1-x)tg\,\frac{\pi x}{2}$

98. Израчунати запремину параболоида, тела које настаје ротацијом лика ограниченог параболом $y^2=2px$ и правом $x=a$ ($a>0$) око осе Ox.

99. Израчунати запремину елипсоида, тела које настаје ротацијом површине ограничене елипсом $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ око: а) осе Ox, б) осе Oy.

100. Израчунати запремину двостраног хиперболоида, обртног тела које настаје ротацијом лика ограниченог хиперболом $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ и правама $x=-2a$ и $x=2a$ око осе Ox.

101. Израчунати запремину једностраног хиперболоида, обртног тела које настаје ротацијом лика ограниченог хиперболом $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ и правама $y=-b$ и $y=b$ око осе Oy.

102. Одредити запремину торуса, тела насталог ротацијом круга $x^2 + (y-b)^2=r^2$ око осе Ox ($b>r$).

Душанка Бјековић

Први разред

1. Ако је $f\left(\dfrac{x}{x+1}\right)=(x-1)^2$, одредити $f(3)$.

2. Ако су дате функције $f(x)=1-x$ и $g(x)=2-x$, израчунати вредност израза $f(g(x))-g(f(x))$.

3. Дат је полином $P(x)=2ax^3-4x^2+ax-2a$, где је a реални параметар. Одреди реалан параметар a тако да остатак дељења датог полинома $P(x)$ са биномом $x-2$ буде -8.

4. Ако је полином $P(x)=x^3+ax^2+2bx-3$ дељив са $x+1$, а при дељењу са $x-2$ има остатак 9, одредити вредност израза $a-b$.

5. Ако је остатак дељења полинома $P(x)=x^3+9x^2+ax+b$ биномом $x+1$ једнак 4, а остатак дељења биномом $x-1$ једнак 24, одредити вредност израза $a+b$.

6. Израчунати вредност израза $\dfrac{2a^2+7a+3}{a^3-1}-\dfrac{1-2a}{a^2+a+1}-\dfrac{3}{a-1}$ за $a=-\dfrac{1}{3}$.

7. Израчунати вредност израза $\left(3-\dfrac{(a+b)^2}{ab}\right)\cdot\left(\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}\right):\dfrac{a^3+b^3}{ab}$ за $a=\dfrac{3}{10}$ и $b=\dfrac{6}{5}$.

8. Упростити израз $\left(\dfrac{3}{x-1}-\dfrac{3x^2+3x+3}{x^2-1}:\dfrac{x^4-x}{x^3+1}\right)\cdot\dfrac{x-x^2}{3}$.

9. Упростити израз $\left(\dfrac{2ab}{a^2-ab+b^2}+1\right):\left(\dfrac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\cdot\left(\dfrac{2ab}{a-b}+1\right)\right)$.

10. Упростити израз $\dfrac{a^3-b^3}{a+b-\dfrac{ab}{a+b}}-\dfrac{a^3+b^3}{a-b+\dfrac{ab}{a-b}}$.

11. Решити једначину: $x-\dfrac{1+\frac{3}{4}x}{4}+\dfrac{5-\frac{2}{3}x}{4}=\dfrac{3-\frac{x}{2}}{3}$.

12. Решити једначину: $|2x-7|+x=5$.

13. Решити једначину: $|3x-1|-|2-x|=x+5$.

14. Решити систем једначина: $\dfrac{x+1}{3}+\dfrac{y-1}{4}=4\wedge\dfrac{x-2}{3}-\dfrac{y+7}{3}=-2$.

15. Решити систем једначина: $\begin{array}{l}x+2y+3z=32\\2x+y+3z=31\\3x+2y+z=28\end{array}$.

16. Решити систем једначина: $\begin{array}{l}2x-y+3z=-1\\x+2y-4z=5\\3x+y+2z=1\end{array}$.

17. Решити неједначину: $\dfrac{4-3x}{3-2x}<1$.

18. Решити неједначину: $\dfrac{5-2x}{5+x}\le\dfrac{1}{2}$.

19. У правоуглом троуглу висина $h=2cm$ дели хипотенузу на одсечке чије се дужине разликују за $3cm$. Израчунати површину троугла.

20. Странице троугла су $28cm, 25cm, 17cm$. Одредити полупречнике уписаног и описаног круга тог троугла.

21. Дужина обима ромба је $10cm$, а однос његових дијагонала је $3:4$. Колика је површина ромба?
22. Израчунати обим и површину једнакокраког трапеза описаног око круга ако је дужина веће основице $3cm$, а један његов унутрашњи угао је 60^0.
23. Израчунати површину паралелограма чији је обим $20cm$, оштар угао 30^0, а висине се односе као $2:3$.
24. У квадрату странице a смештена су 4 подударна круга. Сваки од њих додирује две суседне странице квадрата и два од три преостала круга. Израчунати површину криволинијског четвороугла одређеног луковима сва четири круга.
25. Тетива круга је за 2 мања од пречника, а одстојање центра круга од тетиве је за 2 мање од полупречника круга. Одредити дужину тетиве, обим и површину круга.
26. Ако се број страница датог правилног многоугла повећа два пута,онда се унутрашњи угао повећа за 15^0. Колико страница има тај многоугао?
27. Ако се број страница једног многоугла смањи за 1, број његових дијагонала се смањи за 8. Који је то многоугао?

Други разред

1. Одредити вредност израза $\frac{1-5^{-1/2}}{1+5^{1/2}}-\frac{5^{1/2}-5^{-1/2}}{4}$.

2. Одредити вредност израза $\left(\frac{3a^{-x}}{1-a^{-x}}-\frac{2a^{-x}}{1+a^{-x}}-\frac{a^{x}}{a^{2x}-1}\right):\frac{a^{-x}}{a^{x}-a^{-x}}$.

3. Израчунати $\left(\sqrt{7-2\sqrt{6}}-\sqrt{7+2\sqrt{6}}\right)^2$.

4. Упростити израз $2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}$.

5. Израчунати $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2008}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2008}$ (i је имагинарна јединица).

6. Одредити све комплексне бројеве $z=x+yi$ за које је $(2-3i)(3+11i)=13z(\bar{z}-1)$, ($\bar{z}$ је коњугат од z).
7. У једначини $(k^2-5k+3)x^2+(3k-1)x+2=0$, одредити вредност параметра k тако да једно решење буде два пута веће од другог.

8. Како гласи квадратна једначина за чија решења x_1 и x_2 важи $x_1^2+x_2^2=-\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2$?

9. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $kx^2+(k-4)x-(k-2)=0$, одредити вредност параметра k тако да је $x_1^2+x_2^2<1$.
10. Одредити реалан параметар m тако да решења једначине $(m-1)x^2+(m-5)x-(m+2)=0$ задовољавају услов $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}>2$.

11. Одредити реалан параметар m тако да је $(\forall x\in R)(2m-1)x^2+(m+2)x+m-1<0$.
12. Решити једначину $(x^2-4x)^2+12=7(4x-x^2)$.

13. Решити систем једначина $\begin{matrix} xy(x+y)=30 \\ x^3+y^3=35 \end{matrix}$.

14. Решити систем једначина $\begin{array}{l} x^4+x^2y^2+y^4=481 \\ x^2+xy+y^2=37 \end{array}$.

15. Решити неједначину $\dfrac{1}{x+1}>\dfrac{2x}{2x-1}$.

16. Решити неједначину $\dfrac{3x^2-17x+18}{x^2-5x+4}\le 2$.

17. Решити неједначину $\dfrac{|x-2|}{x^2-3x+2}\ge 2$.

18. Решити неједначину $\dfrac{1}{9}\le\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-5x+4}<1$.

19. Решити ирационалну једначину $\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+3}=1$.

20. Решити ирационалну једначину $\sqrt{x-2}=\sqrt{4x-3}-\sqrt{x+1}$.

21. Решити једначину $5^{2x-3}=2\cdot5^{x-2}+3$.

22. Решити једначину $4^{x-2}-17\cdot2^{x-4}+1=0$.

23. Решити једначину $3^{2x-1}=3^{x+2}+\sqrt{3^{2(x+1)}-6\cdot3^x+1}$.

24. Решити неједначину $5^x-3^{x+1}>2\left(5^{x-1}-3^{x-2}\right)$.

25. Решити неједначину $9^x-10\cdot6^x+9\cdot4^x\le0$.

26. Решити неједначину $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{3x-2}\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|x+1|}$.

27. Решити неједначину $\left(\sqrt{2}+1\right)^{\frac{6x-6}{x+1}}\le\left(\sqrt{2}-1\right)^{-x}$.

28. Израчунати $\log_{10}6$, ако је $\log_8 3=a$ и $\log_3 5=b$.

29. Решити једначину $\log_3\left(3-2\cdot3^{x+1}\right)=2+2x$.

30. Решити једначину $2(\log2-1)+\log\left(5^{\sqrt{x}}+1\right)=\log\left(5^{1-\sqrt{5}}+5\right)$.

31. Решити једначину $3\log_x 4+2\log_{4x}4+3\log_{16x}4=0$.

32. Решити систем једначина $\begin{array}{l} 3^x-2^{\frac{y}{2}}=7 \\ 3^{2x}-2^y=77 \end{array}$.

33. Решити систем једначина $\begin{array}{l} \log_4 x-\log_2 y=0 \\ x^2-5y^2+4=0 \end{array}$.

34. Решити систем једначина $\begin{array}{l} \log\left(x^2+y^2\right)=1+\log13 \\ \log(x+y)=\log(x-y)+3\log2 \end{array}$.

35. Решити неједначину $\log_2\left(3x^2+7x+4\right)>\log_2\left(x^2+2x+7\right)$.

36. Решити неједначину $1<\log_2 2\left(x^2-3x+4\right)\le 2$.

37. Решити неједначину $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-4\right)\ge\log_{\frac{1}{2}}3|x|$.

38. Решити неједначину $\log_{3-2x}x^2<1$.

39. Израчунати $\sin2\alpha$, ако је $2tg^2\alpha-7tg\alpha+3=0$, за $\alpha\in\left(\pi,\dfrac{5\pi}{4}\right)$.

40. Доказати идентитет $\dfrac{\sin^4\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-\cos^4\alpha}{tg2\alpha-1}=\cos 2\alpha$.

41. Доказати једнакост $\dfrac{\sin 160^0}{\sin 100^0\left(\cos^4 40^0-\sin^4 40^0\right)}=2$.

42. Израчунати $\cos 20^0\cdot\cos 40^0\cdot\cos 60^0\cdot\cos 80^0$.

43. Израчунати $\cos\dfrac{2\pi}{5}+\cos\dfrac{4\pi}{5}$.

44. Решити тригонометријску једначину $\sin^2 x-3\cos^2 x+2\sin 2x=1$.

45. Решити једначину $\sqrt{3}-tgx=tg\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)$.

46. Решити једначину $\sin 9x+\sin 5x-\cos 2x=0$.

47. Решити једначину $\sin^2 x+\sin^2 2x=1$.

48. Одредити она решења једначине $\cos x\cdot\sin 7x=\cos 3x\cdot\sin 5x$ која се налазе у $[0,\pi]$.

49. Решити неједначину $-2\cos^2 x+\sin x+1<0$.

50. Решити неједначину $\sin x+\sqrt{3}\cdot\cos x>\sqrt{3}$.

Трећи разред

1. У ваљак је уписана тространа пирамида, а у њу је уписан ваљак. Одредити однос запремина тих ваљака.

2. Прав ваљак је пресечен једном равни паралелном његовој оси на растојању $d=\dfrac{r\sqrt{3}}{2}$ од осе. Одреди однос површина тако добијених делова.

3. Права купа је издубљена одоздо помоћу правог ваљка који је уписан у купу. Полупречник основе купе је $r=3\ cm$, изводница $s=5\ cm$, а полупречник ваљка је $1\ cm$. Израчунати површину и запремину добијеног тела.

4. Ромб странице $6\ cm$ и мање дијагонале $4\ cm$ ротира око осе која пролази кроз крај веће дијагонале и нормална је на једну од страница ромба. Одредити површину тако добијеног тела.

5. Купа чија је висина једнака пречнику њене основе уписана је у лопту полупречника $r=8\ cm$. Одредити површину и запремину купе.

6. Око лопте полупречника R описана је правилна зарубљена купа. Доказати да је површина лопте мања од површине омотача купе.

7. Две лопте једнаких запремина постављене су тако да центар једне припада површи друге. Израчунати однос запремине њиховог заједничког дела и запремине једне од тих лопти.

8. На раван сто су стављене три лопте полупречника различитих дужина. Оне додирују сто у тачкама A_1, A_2 и A_3 и сваке две се међусобно додирују. Ако су странице троугла $A_1A_2=4, A_2A_3=6, A_1A_3=8$, одреди производ дужина полупречника те три кружнице.

9. Тачке A(2,0,0),B(0,3,0),C(0,0,6),D(2,3,8) су темена пирамиде. Израчунати запремину пирамиде и висину која одговара темену D.

10. На правој $2x+y-6=0$ одредити тачку подједнако удаљену од тачака $A(3,5)$ и $B(2,6)$.

11. Одредити једначину симетрале угла A троугла ABC ако је $A(-2,0), B(6,6), C(1,-4)$.

12. Права $3x+2y-18=0$ сече координатне осе Ox и Oy редом у тачкама A и B. Дуж AB подељена је тачкама M и N на три једнака дела. Израчунати оштар угао између правих CM и CN ако је $C(8,7)$ дата тачка.

13. Одредити једначину кружнице која садржи тачке $A(-8,3)$ и $B(2,-7)$, а центар јој припада правој $x+4y+16=0$.

14. Под којим углом се из тачке $A(5,7)$ види кружница $(x-2)^2+y^2=29$?

15. Одреди тачку на кружници $x^2 + y^2 = 9$ која је најближа тачки $A(6,-8)$. Написати једначину тангенте кружнице кроз ту тачку.
16. Ако је дужина тетиве кружнице $(x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2$ на оси Ox једнака 6, израчунати дужину тетиве на оси Oy.
17. Израчунати површину квадрата уписаног у елипсу $x^2 + 4y^2 = 36$.
18. Из тачке $A(4,0)$ повучене су све тетиве елипсе $x^2 + 4y^2 = 16$. Одредити геометријско место средина тих тетива.
19. Одредити тачку елипсе $4x^2 + 9y^2 = 72$ која је најближа правој $2x - 3y + 25 = 0$.
20. Одредити једначине тангенти на хиперболу $x^2 - y^2 = 16$ из тачке $A(-1,-7)$.
21. Израчунати растојање између хиперболе $3x^2 - 4y^2 = 72$ и праве $3x + 2y + 1 = 0$.
22. Одредити растојање тангенти хиперболе $x^2 - 4y^2 = 20$ које су нормалне на праву $4x + 3y + 8 = 0$.
23. Дата је парабола $y^2 = 20x$. Израчунати дужину тетиве параболе која садржи жижу параболе и нормална је на осу параболе.
24. Одредити број чланова аритметичког низа код којег је однос збира првих 13 чланова према збиру последњих 13 чланова једнак $1:2$, а однос збира свих чланова без прва три према збиру свих чланова без последња три члана једнак је $4:3$.
25. Одредити четири узастопна члана геометријског низа ако је збир крајњих чланова једнак -49, а средњих 14.
26. Збир прва четири члана геометријског низа једнак је 30, а збир наредна четири 480. Одреди први члан тог низа.
27. Три броја од којих је трећи 12, су узастопни чланови растућег геометријског низа. Ако се број 12 замени бројем 9, бројеви постају три узастопна члана аритметичког низа. Који су то бројеви?
28. Цифре троцифреног броја су узастопни чланови геометријског низа. Ако се од тог броја одузме број 792 добија се број који има исте цифре, али у обрнутом поретку. Ако се прва цифра датог броја умањи за 4, добија се број чије су цифре узастопни чланови аритметичког низа. Одредити тај број.
29. Сума геометријског реда једнака је 16, а збир квадрата његових чланова једнак је $\frac{768}{5}$. Израчунати први члан и количник тог реда.

Четврти разред

1. Одредити област дефинисаности функције $y = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 4}{6 - x - x^2}}$.
2. Одредити област дефинисаности функције $y = \sqrt{\log(3x^2 - 2x)}$.
3. Одредити асимптоте функције $y = \frac{x^3}{1 - x^2}$.
4. Наћи екстремне вредности функције $y = \frac{4x - x^2 - 4}{x - 1}$.
5. Одредити m тако да крива $y = mx^3 - 6x^2$ има превојну тачку за $x = 1$.
6. Израчунати $\lim_{x \to -3} \frac{x^4 - 6x^2 - 27}{x^3 + 3x^2 + x + 3}$.
7. Израчунати $\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{5x} - 5}$.
8. Наћи извод функције $y = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$.
9. Наћи извод функције $y = \sin^2(\cos 3x)$.
10. Наћи други извод функције $y = e^x \sin x$.

11. Израчунати неодређени интеграл $\int \frac{xdx}{4+x^4}$.

12. Израчунати неодређени интеграл $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}-1}dx$.

13. Израчунати неодређени интеграл $\int x \ln x dx$.

14. Израчунати неодређени интеграл $\int \left(x^2+2x-3\right)\sin x \cdot dx$.

15. Израчунати површину дела равни ограниченог правом $y=x$ и параболом $y=2-x^2$.

16. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x-осе фигуре ограничене кривом $y^2=\left(x+4\right)^3$ и правом $x=0$.

17. Разматрамо четвороцифрене бројеве у декадном систему.

а) Колико их има укупно?

б) Колико их је делјиво са 25?

18. У нумерисани ред од 12 седишта треба да седне 6 девојака и 6 младића. На колико различитих начина они могу да се распореде тако да никоје две особе истог пола не седе једна поред друге?

19. Од 5 официра, 4 подофицира и 10 војника треба формирати групу од 4 особе у којој ће бити бар по један официр и подофицир. На колико начина је то могуће учинити?

20. У развоју бинома $\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt{a^{-1}}\right)^{15}, a>0$, наћи члан који не зависи од a.

21. Коефицијент уз x у трећем члану биномног развоја $\left(x^2-\frac{1}{4}\right)^n$ једнак је 31. Одредити n.